سوال (تیپ 1) :

فرض کنید و باشد و . اگر مقدارویژه های ماتریس A ، و باشند و  **ثابت کنید :**

**الف) و**

**ب) اگر** det(A)>0 و a>0 **آنگاه** Q **مثبت معین است .**

جواب :

الف) ابتدا دترمینان  **را به دست می آوریم و با مساوی قرار می دهیم :**

اکنون اگر ضریب ها را یکسان قرار دهیم خواهیم داشت :

ب)

از آنجاییکه det(A)>0 و از الف داریم که **بنابراین**  که این یعنی و هم علامت هستند .

همچنین چون det(A)>0 است پس است بنابراین می باشد . که این یعنی ad>0 است . از آنجاییکه طبق فرض a>0 است بنابراین می توانیم نتیجه بگیریم که d>0 .

از طرفی می دانستیم که و چون a+d مثبت است بنابراین نیز مثبت است . همچنین ثابت کردیم که و هم علامت هستند بنابراین می توان نتیجه گرفت هر دو مقدارویژه ی ماتریس A مثبت هستند بنابراین Q مثبت معین است .

سوال(تیپ 2):

فرض کنید و باشد و . اگر مقدارویژه های ماتریس A ، و باشند و  **ثابت کنید :**

**الف) و**

**ب) اگر** det(A)>0 و a<0 **آنگاه** Q **منفی معین است .**

جواب :

الف) ابتدا دترمینان  **را به دست می آوریم و با مساوی قرار می دهیم :**

اکنون اگر ضریب ها را یکسان قرار دهیم خواهیم داشت :

ب)

از آنجاییکه det(A)>0 و از الف داریم که **بنابراین**  که این یعنی و هم علامت هستند .

همچنین چون det(A)>0 است پس است بنابراین می باشد . که این یعنی ad>0 است . از آنجاییکه طبق فرض a<0 است بنابراین می توانیم نتیجه بگیریم که d<0 .

از طرفی می دانستیم که و چون a+d منفی است بنابراین نیز منفی است . همچنین ثابت کردیم که و هم علامت هستند بنابراین می توان نتیجه گرفت هر دو مقدارویژه ی ماتریس A منفی هستند بنابراین Q منفی معین است .